

## Литература

1. Вольхин, К. А. Довузовское графическое образование / К. А. Вольхин // Инновационные технологии в инженерной графике: проблемы и перспективы : сб. тр. Междунар. науч.-практ. конф., 27 марта 2015 г., г. Брест, Респ. Беларусь, г. Новосибирск, Рос. Федерация / отв. ред. К. А. Вольхин. – Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2015. – С. 48–53.
2. Компас-3D. Полное руководство: от новичка до профессионала / Н. В. Жарков [и др.]. – СПб. : Наука и техника, 2016. – 672 с.

### ВЛИЯНИЕ КЛАСТЕРНЫХ ОБРАЗОВАНИЙ В РАСПЛАВЕ НА ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ЗАЗОРЕ МЕЖДУ ВРАЩАЮЩИМИСЯ ЦИЛИНДРАМИ

В. А. Климович

*Учреждение образования «Гомельский государственный технический  
университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь*

Научный руководитель И. А. Концевой

Задача о течении вязкой жидкости между двумя коаксиальными вращающимися цилиндрами относится к классическим проблемам гидродинамики [1]. Прикладные аспекты данного вопроса связаны с гидродинамической теорией смазки, с формированием вихревых структур в природных и технических гидродинамических системах. Известно, что цилиндрическое течение Куэтта описывается точным решением стационарных уравнений Навье–Стокса и определяет ламинарное движение ньютоновской жидкости, возникающее при относительном вращении двух цилиндров. В данной работе рассматривается неклассический вариант задачи о течении жидкости между соосными вращающимися цилиндрами. А именно: учитывается рэлеевская сила сопротивления  $\mathbf{F} \equiv \mathbf{F}^R = -\zeta \mathbf{v}$ , где  $\zeta > 0$  – коэффициент «внешнего» трения. Модель сопротивления Рэлея оказалась эффективной в задачах тепломассообмена при кристаллизации полупроводников в условиях орбитального полета [2]. Основная идея этого подхода состоит в том, что гидродинамическое описание расплава учитывает наличие кластерных образований, которые оказывают сопротивление течению. Цель данной работы: 1) дать новое точное решение, определяющее цилиндрическое течение вязкой жидкости, испытывающей нелинейное воздействие внешнего сопротивления; 2) изучить динамические свойства завихренности потока.

Для вязкой несжимаемой жидкости в полярных координатах  $(r, \varphi)$  рассмотрим следующий класс стационарных цилиндрических течений:

$$\begin{aligned} v_r &\equiv 0, \quad v_\varphi = v(r), \quad p = p(r), \quad F_r \equiv 0, \quad F_\varphi = F_\varphi(v^2, r), \\ \tau_{rr} &\equiv 0, \quad \tau_{\varphi\varphi} \equiv 0, \quad \tau_{r\varphi} = \mu \left( \frac{dv}{dr} - \frac{v}{r} \right), \quad \mu, \rho = \text{const.} \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{v}(v_r, v_\varphi)$  – вектор скорости;  $\mathbf{F}(F_r, F_\varphi)$  – вектор массовой силы;  $\rho$  – плотность;  $\tau_{rr}, \tau_{\varphi\varphi}, \tau_{r\varphi} = \tau_{\varphi r}$  – компоненты девиатора тензора напряжений;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости. В классе решений (1) уравнения Навье–Стокса имеют вид:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{v^2}{r}, \quad \frac{d^2 v}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv}{dr} = \frac{v}{r^2} - \frac{F_\varphi}{v}, \quad v = \mu / \rho, \quad F_\varphi = -\zeta v, \quad \zeta = \zeta(v^2, r). \quad (2)$$

Очевидно, что уравнение неразрывности выполняется тождественно. Применяя логарифмическую координату  $\alpha \equiv \bar{R}/2 = \ln(r/r_0)$ , запишем уравнения (2) в виде:

$$dp/d\alpha = \rho v^2, \quad d^2 v/d\alpha^2 = v[1 + (r^2 \zeta/v)]. \quad (3)$$

Далее работаем с безразмерными величинами, обозначая их чертой сверху:  $\bar{v} = v/v_1$ ,  $\bar{r} = r/r_0$ , где  $r_0$ ,  $v_1$  – положительные постоянные, имеющие размерность длины и скорости соответственно. Для коэффициента сопротивления возьмем частную зависимость следующего вида:

$$\bar{\zeta} \equiv r_0^2 \zeta/v = (1 + 2\bar{v}^2)/\bar{r}^2,$$

и тогда

$$d^2 \bar{v}/d\alpha^2 = 2\bar{v}(1 + \bar{v}^2). \quad (4)$$

Точное решение, определяющее скорость и давление жидкости, записываем в виде [3]:

$$\bar{v} = \frac{\sin \bar{R}}{1 + \cos \bar{R}}, \quad \bar{p} \equiv \frac{(p - p_0)}{\rho v_1^2} = \bar{v} - \frac{\bar{R}}{2}, \quad \bar{r} \neq \exp(\pi/2). \quad (5)$$

Данное решение справедливо на конечном отрезке  $r$  и определяет течение между двумя непроницаемыми коаксиальными цилиндрами. На обеих граничных окружностях выполнено условие прилипания.

Возможны следующие три варианта. Вариант 1:  $r \in [r_0, r_1]$ ,  $0 < r_0 < r_1$ . Вариант 2:  $r \in [r_2, r_0]$ ,  $0 < r_2 < r_0$ . Вариант 3:  $r \in [r_2, r_1]$ ,  $0 < r_2 < r_0 < r_1$ . Для варианта 1 имеем: внутренний цилиндр  $r = r_0$  неподвижен,  $v_\phi(r = r_0) = 0$ , а внешний цилиндр  $r = r_1$  вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_1 = v_\phi(r = r_1)/r_1$ . Для варианта 2 имеем: внешний цилиндр  $r = r_0$  неподвижен,  $v_\phi(r = r_0) = 0$ , а внутренний цилиндр  $r = r_2$  вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_2 = v_\phi(r = r_2)/r_2$ . Вариант 3 является объединением вариантов 1 и 2: внутренний ( $r = r_2$ ) и внешний ( $r = r_1$ ) цилиндры вращаются вокруг их общей оси; на линии  $r = r_0$  жидкость неподвижна. Ясно, что при  $r = r_0$  функция  $p = p(r)$  имеет перегиб:  $r = r_0$ ,  $\bar{R} = 0$ ,  $v = 0$ ,  $dp/dr = 0$ ,  $d^2 p/dr^2 = 0$ ,  $d^3 p/dr^3 \neq 0$ . Вихрь скорости  $\omega(\omega_r, \omega_\phi, \omega_z)$  имеет только одну компоненту:

$$\omega_r \equiv 0, \quad \omega_\phi \equiv 0, \quad \omega_z = [v_\phi + r(dv_\phi/dr)]/(2r),$$

где  $z$  – координата, отсчитываемая вдоль оси цилиндра. Получаем

$$\bar{\omega} \equiv \omega_z r_0/v_1 = [1 + \bar{p} + (\bar{R}/2) + (\bar{p} + (\bar{R}/2))^2]/(2\bar{r}). \quad (6)$$

Зависимость (6) показывает, что для всех представленных здесь вариантов отсутствуют точки с нулевой завихренностью:  $\bar{\omega}(\bar{R}, \bar{p}) \neq 0$ . Безразмерные градиент давления и вязкое касательное напряжение вычисляются по формулам:

$$\bar{\pi} \equiv \frac{d\bar{p}}{d\bar{r}} = \frac{(\bar{v})^2}{\bar{r}}, \quad \bar{\tau}_{r\varphi} \equiv \frac{\tau_{r\varphi}}{\rho v_1^2} = \frac{\bar{v}}{\bar{r}} \left( 2 \frac{d\bar{v}}{d\bar{R}} - \bar{v} \right), \quad \bar{v} = \frac{\mu}{\rho v_1 r_0}, \quad \frac{d\bar{v}}{d\bar{R}} = \frac{1}{1 + \cos \bar{R}}.$$

Величина  $1/\bar{v}$  есть число Рейнольдса; при проведении вычислений оно принято для определенности равным единице. В данном классе решений нет ограничений на выбор числа Рейнольдса.

Для описания свойств неклассического течения (5) применяем функцию Рэля:

$$R_s = \frac{d}{d\bar{r}} [(\bar{v}\bar{r})^2],$$

а также момент  $\bar{M}_1$  вязких сил и момента  $\bar{M}_2$  сил сопротивления:

$$\bar{M}_1 = 2\pi\bar{\tau}_{r\varphi}\bar{r}^2, \quad \bar{M}_2 = -\pi\bar{v}\bar{\zeta}\bar{v}\bar{r}^3.$$

Графическая информация, представленная на рис. 1, позволяет сопоставить друг с другом свойства течений для вариантов 1 и 2 соответственно. Как видим, для этих вариантов различаются знаки функции Рэля  $\bar{R}_s(\bar{r})$  и знаки моментов  $\bar{M}_2(\bar{r})$  сил сопротивления. Знаки моментов  $\bar{M}_1(\bar{r})$  вязких сил одинаковые: по мере удаления от неподвижного цилиндра  $\bar{r} = 1$  момент  $\bar{M}_1(\bar{r})$  возрастает.

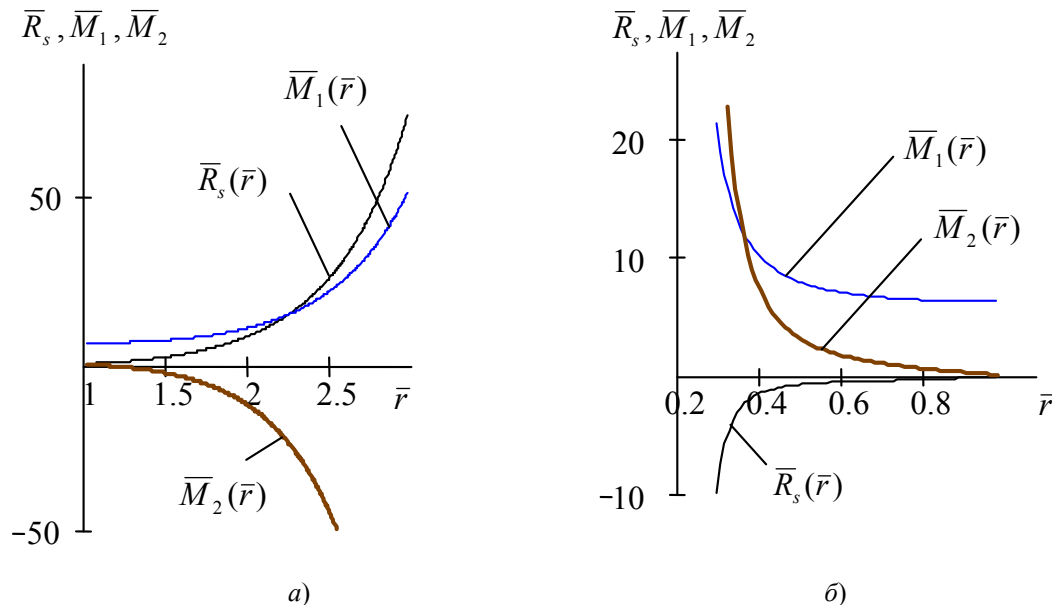


Рис. 1. Свойства течения жидкости в зазоре между вращающимися цилиндрами:  
 а – вариант 1 (неподвижен внутренний цилиндр); б – вариант 2 (неподвижен внешний цилиндр)

*Данная работа выполнена в рамках работы по заданию ГПНИ «Энергетические и ядерные процессы и технологии», подпрограмма «Энергетические процессы и технологии». Руководитель задания – профессор О. Н. Шабловский.*

#### Литература

1. Белоцерковский, О. М. Турбулентность: новые подходы / О. М. Белоцерковский, А. М. Опарин, В. М. Чечеткин. – М. : Наука, 2003. – 286 с.
2. Кластерная модель структуры расплавов в погранслое и ее гидродинамическое описание при моделировании процессов кристаллизации полупроводников в космосе / А. В. Картавых [и др.] // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исслед. – 2004. – № 6. – С. 91–98.
3. Шабловский, О. Н. Нелинейные волновые уравнения и конкуренция источников энергии в двухкомпонентных системах / О. Н. Шабловский // Фундаментальные физико-математические проблемы и моделирование технико-технологических систем : сб. науч. тр. – М. : Янус-К, 2010. – Вып. 13. – С. 78–89.
4. Шабловский, О. Н. Нелинейное сопротивление и завихренность течения жидкости между коаксиальными вращающимися цилиндрами / О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль, И. А. Концевой // Ученые зап. Забайкал. гос. ун-та. Физика. Математика. Техника. Технология. – 2016. – Т. 11. – № 4. – С. 59–68.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ШАТУННОЙ КРИВОЙ В МЕХАНИЗМАХ СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЫ

**А. В. Астрейко**

*Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь*

Научный руководитель Д. Г. Кроль

Рост научно-технического прогресса требует создания новых, более совершенных и точных механизмов и машин. Одним из путей создания таких машин является применение механизмов, имеющих улучшенные параметры. Использование плоских рычажных механизмов вместо механизмов с высшими кинематическими парами позволяет увеличить рабочие скорости машин и их производительность [1]. В настоящее время основу таких механизмов составляют группы Ассура II класса. Применение механизмов с группами Ассура третьего класса отличаются более сложными законами движения рабочих органов и применяются не столь широко [2]. Для проектирования плоских рычажных механизмов часто используются методы кинематической геометрии, в основе которых лежит анализ особых точек шатунной плоскости механизма.

Цель работы: определение параметров шатунной кривой точки механизма с группой Ассура III класса.

Рассмотрим плоский рычажный механизм (рис. 1), содержащий группу Ассура III класса, которая состоит из четырех звеньев с вращательными кинематическими парами. Известными параметрами являются длины звеньев  $l_{OA}$ ,  $l_{AB}$ ,  $l_{BD}$ ,  $l_{DE}$ ,  $l_{BC}$ ,  $l_{CF}$ ,  $l_{CD}$ ,  $x_E$ ,  $y_E$ ,  $x_F$ ,  $y_F$ .